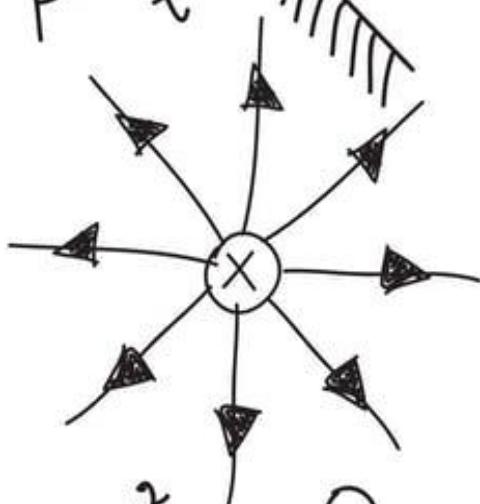
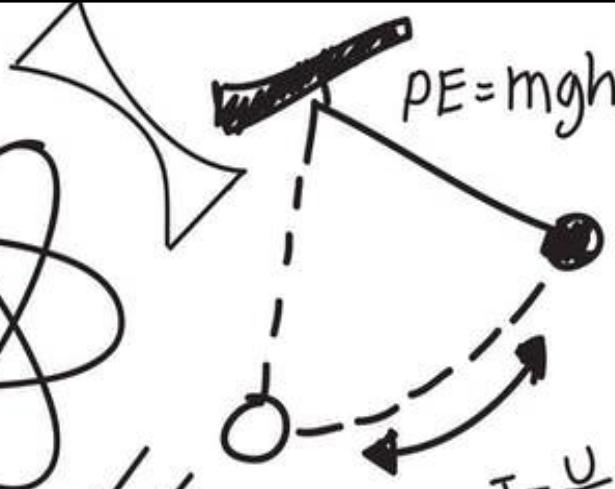
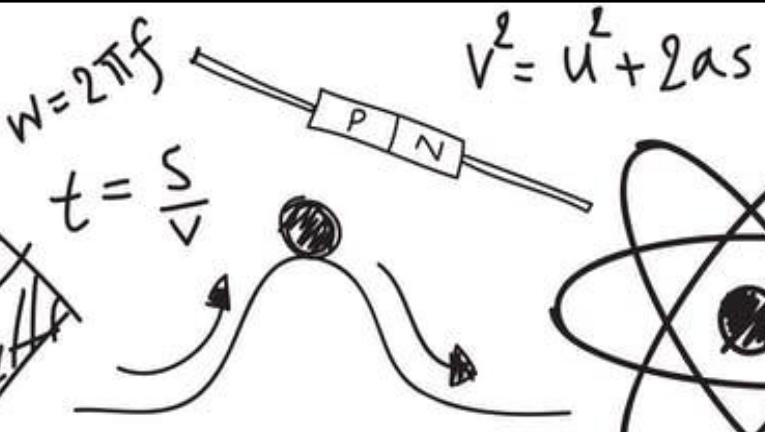
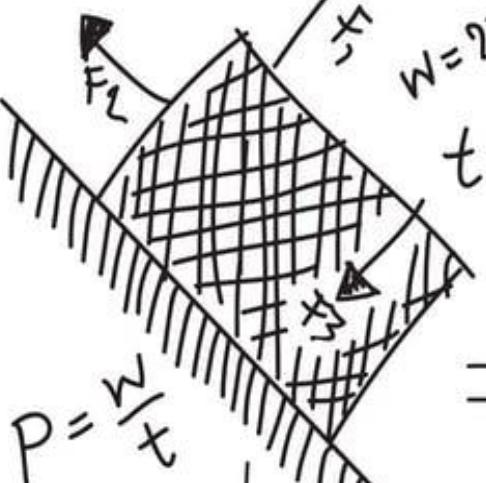


Physics



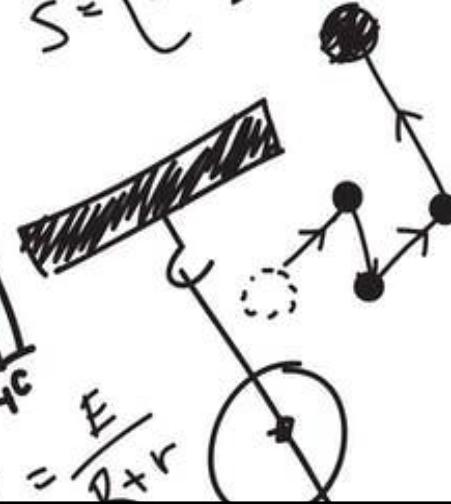
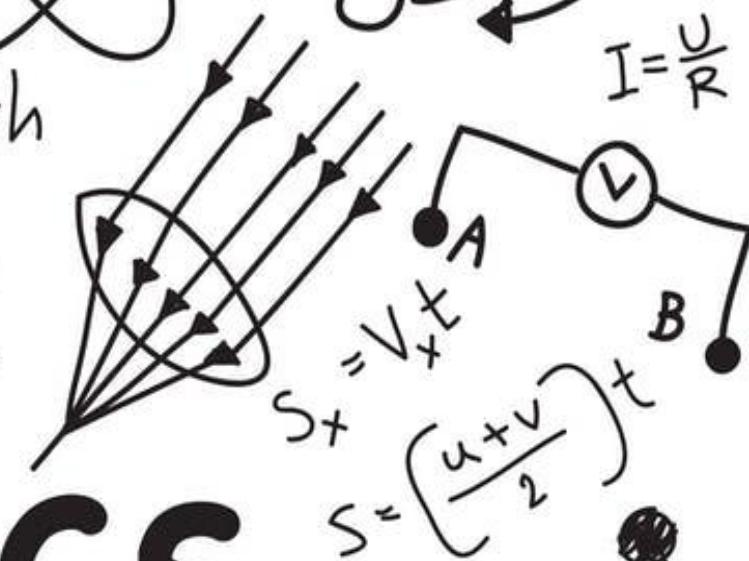
$$E = mg^2$$



$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$



$$I = \frac{E}{R+r}$$



Reminder...

- Διαλέξεις
- Προαιρετική παρουσία!
- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
- Δεν υπάρχουν απουσίες
- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα που δημιουργούνται από διαφορετικά κύματα που «προστίθενται» στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθεση



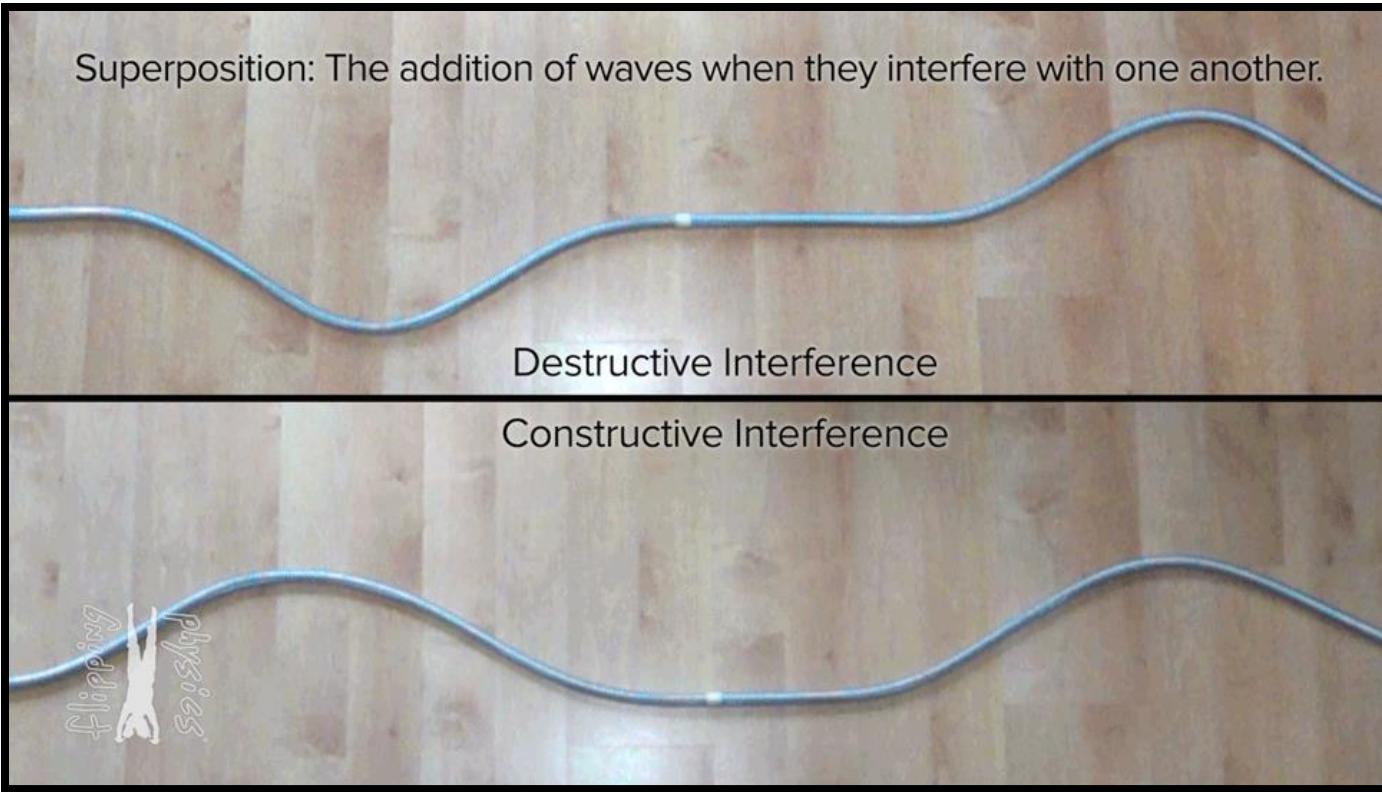
Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα που δημιουργούνται από διαφορετικά κύματα που «προστίθενται» στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Υπέρθεση

Υπέρθεση (review...)

ο Αρχή της υπέρθεσης



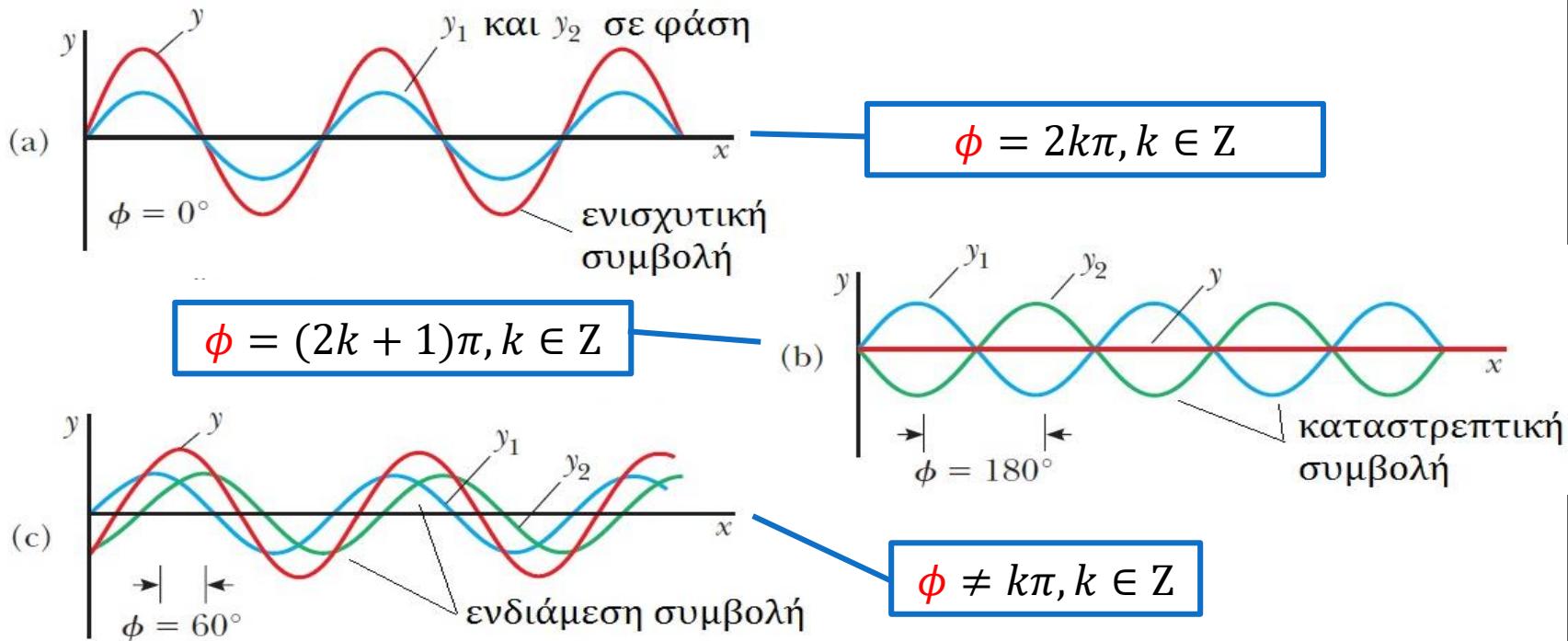
Υπέρθεση (review...)

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin\left(\frac{\theta \mp \varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta \mp \varphi}{2}\right)$$

○ Υπέρθεση ημιτονοειδών κυμάτων

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t), \quad y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = \left[2A \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right] \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$



Υπέρθεση (review...)

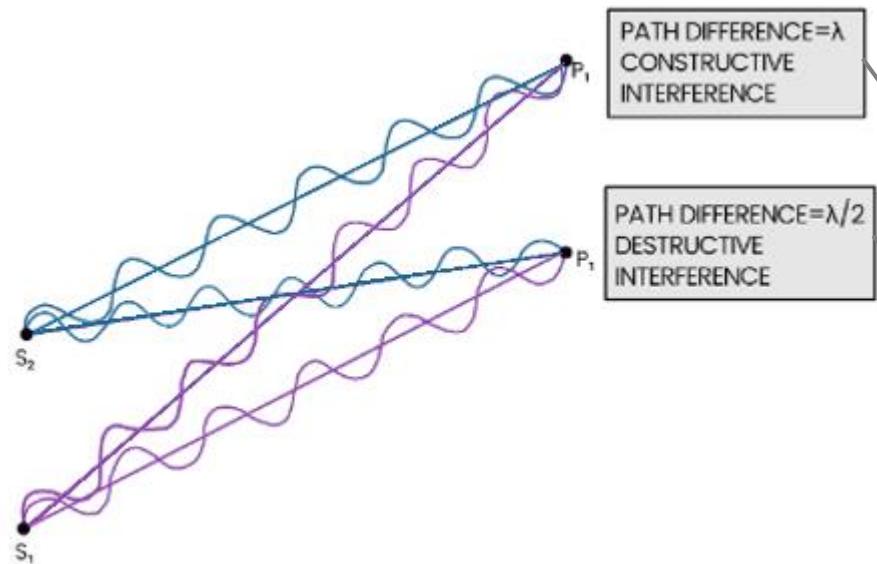
$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin\left(\frac{\theta \pm \varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta \mp \varphi}{2}\right)$$

○ Υπέρθεση ημιτονοειδών κυμάτων

$$\begin{aligned}y_1(r, t) &= A \sin(kr_1 - \omega t + \phi_1) \\y_2(r, t) &= A \sin(kr_2 - \omega t + \phi_2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A \sin(\Phi_1) \\A \sin(\Phi_2)\end{aligned}$$

$$y(r, t) = y_1(r, t) + y_2(r, t) = \left[2A \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) \right] \sin\left(\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}\right)$$



PATH DIFFERENCE = λ
CONSTRUCTIVE
INTERFERENCE

PATH DIFFERENCE = $\lambda/2$
DESTRUCTIVE
INTERFERENCE

$$\Delta\Phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi$$

«σε φάση»

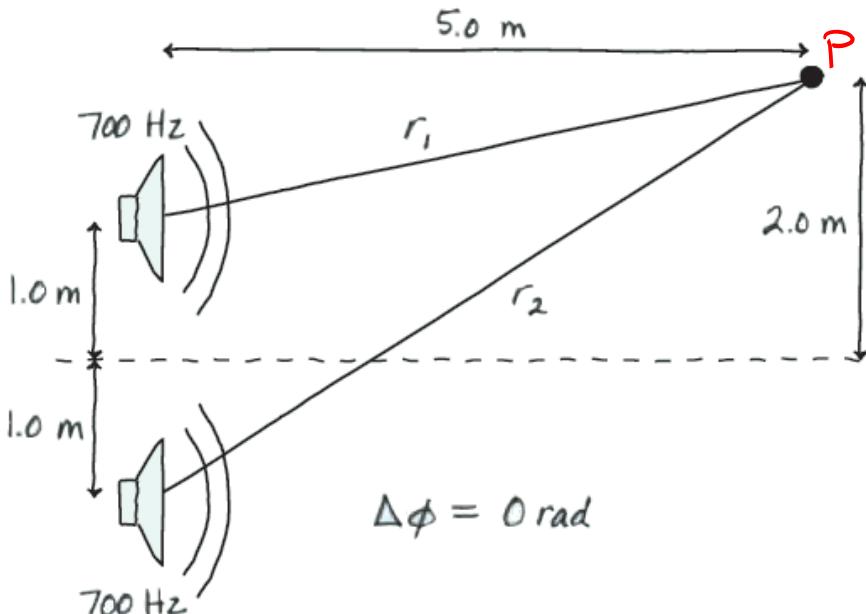
$$\Delta r = m\lambda, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\Delta r = \frac{(2m + 1)\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Υπέρθεση

○ Παράδειγμα:

- Δύο ηχεία βρίσκονται σε απόσταση 2.0 μέτρων και σε φάση. Εκπέμπουν συχνότητα 700 Hz σε ένα δωμάτιο που ο ήχος διαδίδεται με ταχύτητα 341 m/s. Ένας ακροατής στέκεται στο σημείο του σχήματος. Τι είδους συμβολή υπάρχει στο σημείο? Πώς αλλάζει η απάντησή σας αν τα ηχεία βρίσκονται εκτός φάσης?



Υπέρθεση

○ Παράδειγμα – Λύση:

Τα δύο ηχεία βρίσκονται σε
γωνία, όπου $\Delta\phi = 0$. Οπότε

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r + 0 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r.$$

$$\Delta r_p = |r_2 - r_1|$$

$$r_2 = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} \approx 5.83 \text{ m}$$

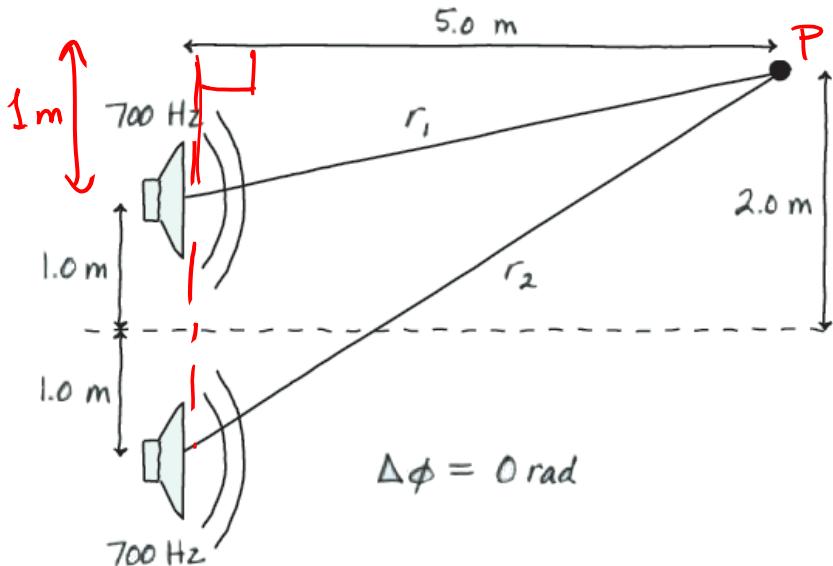
$$r_1 = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26} \approx 5.10 \text{ m}$$

Είναι $u = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{u}{f} = \frac{341}{700} \approx 0.491 \text{ m}$

Άρα

$$\Delta r_p = m\lambda \rightarrow \text{εντον.}$$

$$\Delta r_p = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \rightarrow \text{καταστρ.}$$



$$\left. \begin{array}{l} \Delta r_p = 0.73 \text{ m} \\ \frac{\Delta r_p}{\lambda} = 1.5 = \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta r_p = \frac{3}{2}\lambda \\ \text{και } \text{καταστρεψεις } \text{ συβ.} \end{array} \right\}$$

Υπέρθεση

○ Παράδειγμα – Λύση:

Αν τα ηχεία ήταν εκτός φάσης,

τότε $\Delta\phi = \pi$, και αρχαία

$$\Delta\phi_p = \frac{2n}{\lambda} \Delta r_p + \pi$$

Όποια για πρώτη, $\frac{\Delta r_p}{\lambda} = 1.5$

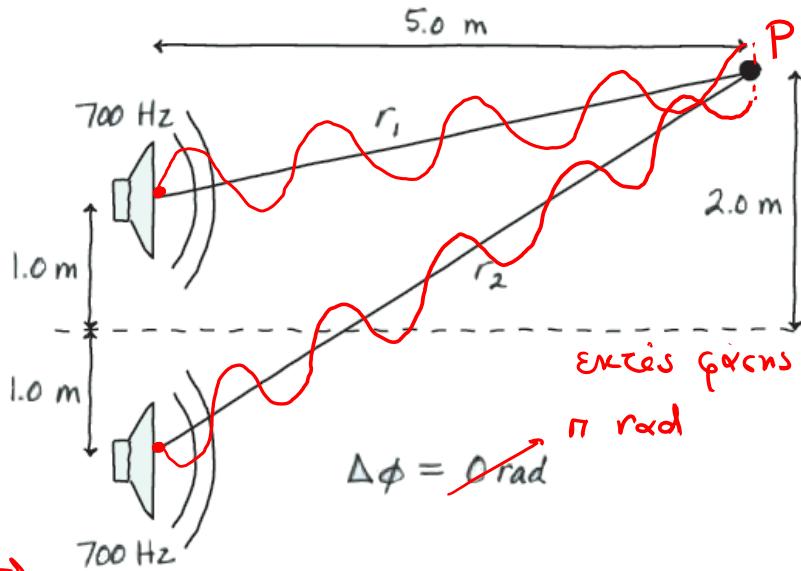
$$\Rightarrow \Delta\phi_p = 2n \cdot 1.5 + \pi = 3n + \pi = 4n$$

$A_p \propto$

$$\left| 2A \cos\left(\frac{\Delta\phi_p}{2}\right) \right| = \left| 2A \cos(2n) \right| = 2A$$

Ενισχυτική σύμβαση στο ίδιο σημείο!

Πλήρως συνειδικοί κύματα στο σημείο P.



- | Προσέξτε ότι δε
- | χρησιμοποιούμε
- | ως σχέση
- | $\Delta r = m\lambda$, $\Delta r = \frac{(2m+1)\lambda}{2}$
- | για ότις οι λόγων
- | για συμβασικές πράξεις,
- | δηλ. όταν
- | $\Delta\phi = 0$!

$$\Delta r = m\lambda, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\Delta r = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Υπέρθεση

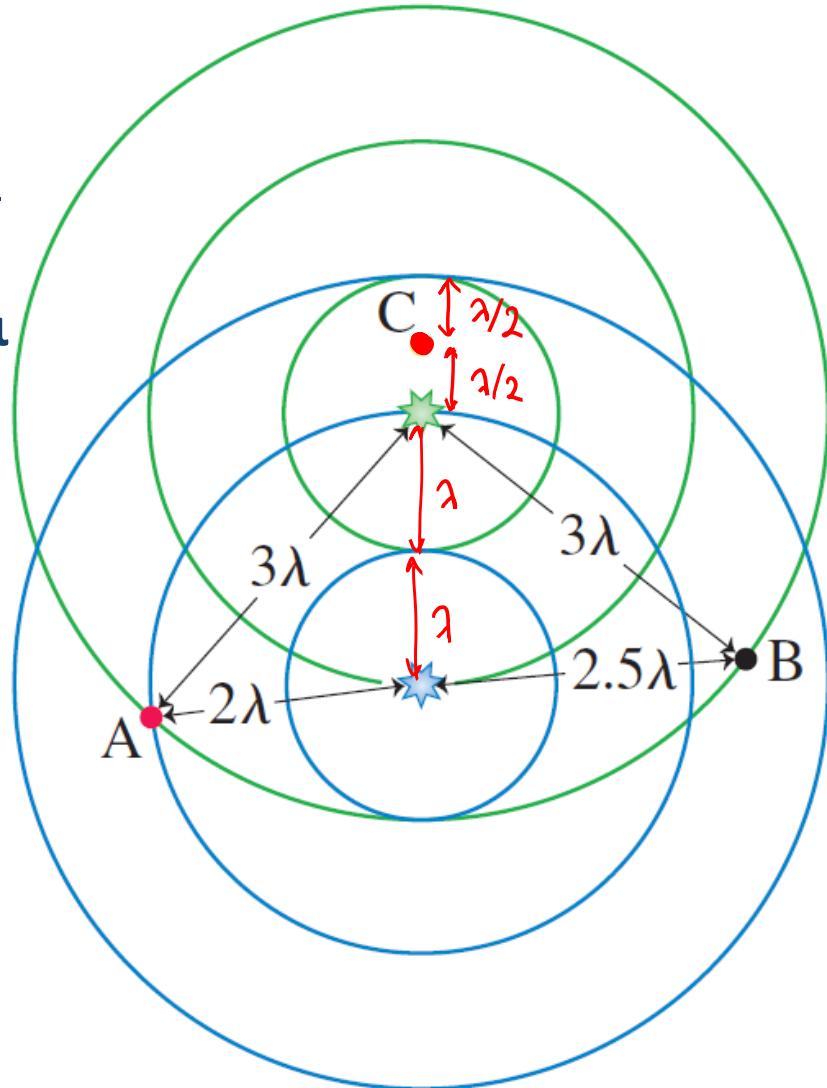
○ Quiz:

- Θεωρήστε δυο πηγές ίδιες και σε φάση μεταξύ τους
- Στα σημεία A, B, C υπάρχει καταστρεπτική ή ενισχυτική συμβολή?

A : ενισχυτική , $\Delta r = \lambda$

B : καταστρεπτική , $\Delta r = \frac{3\lambda}{2}$

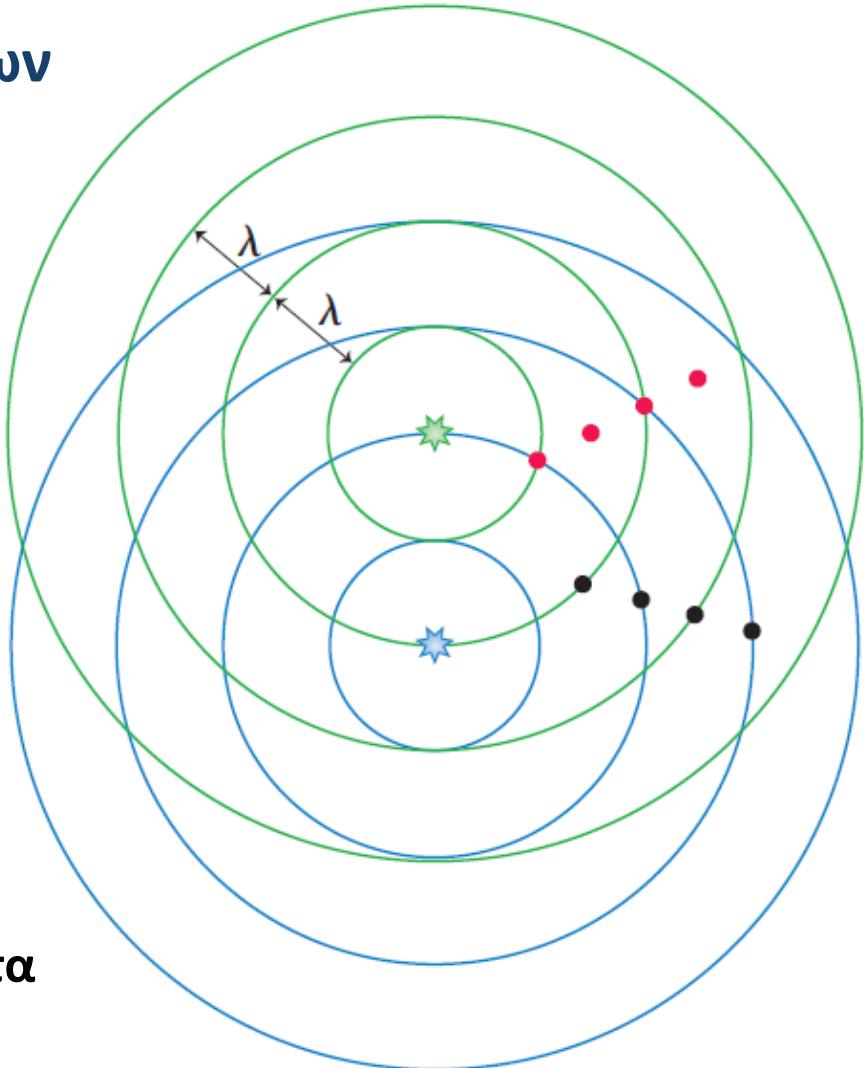
C : ενισχυτική , $\Delta r = 2\lambda$



Υπέρθεση

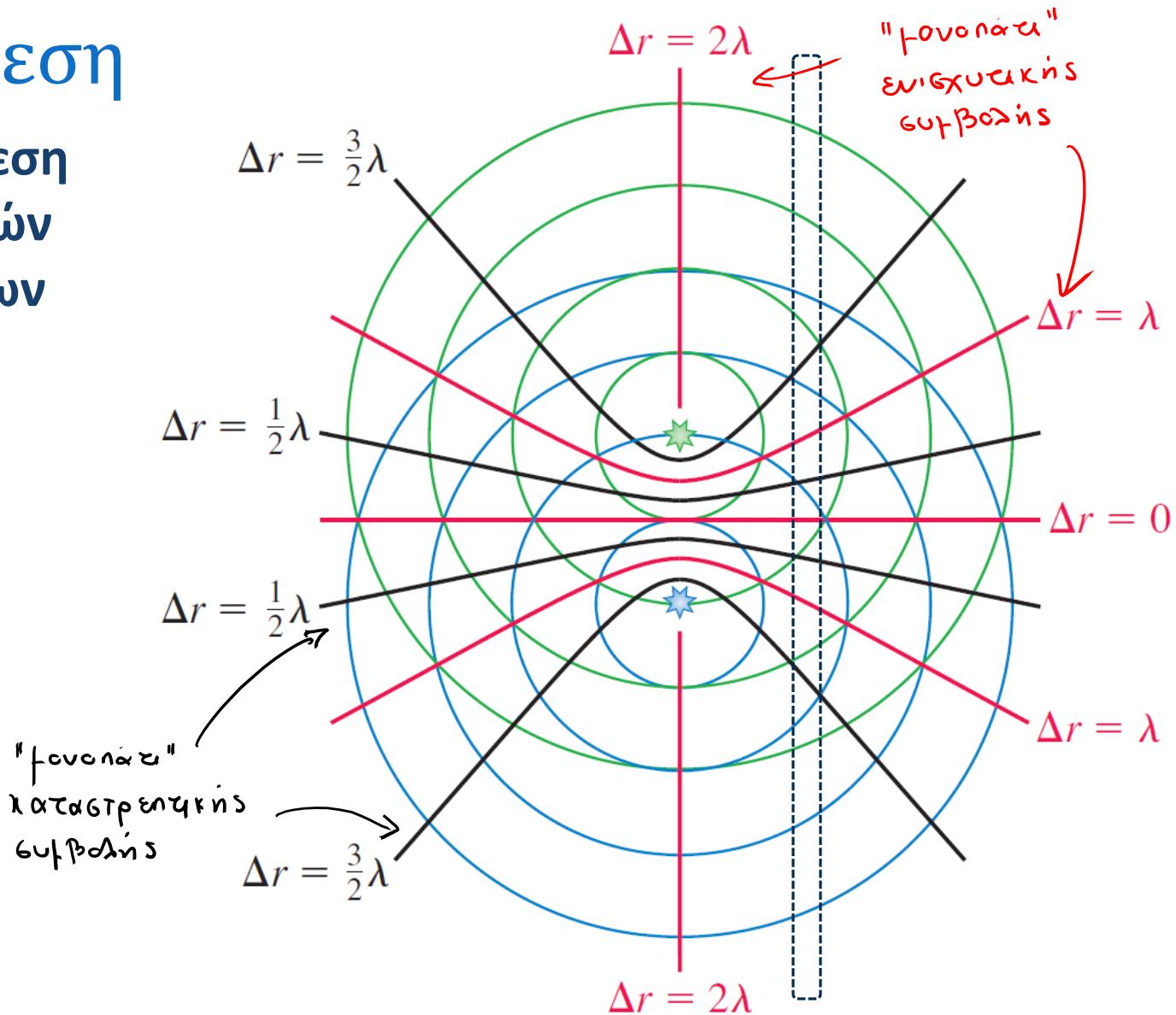
○ Συμβολή ηχητικών κυμάτων

- Κοινές πηγές
 - ίδιο k , ίδιο f , ίδιο A , $\Delta\phi = 0$
- Ενισχυτική συμβολή
- Τα πυκνώματα του ενός κύματος συμπίπτουν με αυτά του άλλου – το ίδιο και τα αραιώματα
- Καταστρεπτική συμβολή
- Τα πυκνώματα του ενός συμπίπτουν με τα αραιώματα του άλλου



Υπέρθεση

○ Υπέρθεση ηχητικών κυμάτων



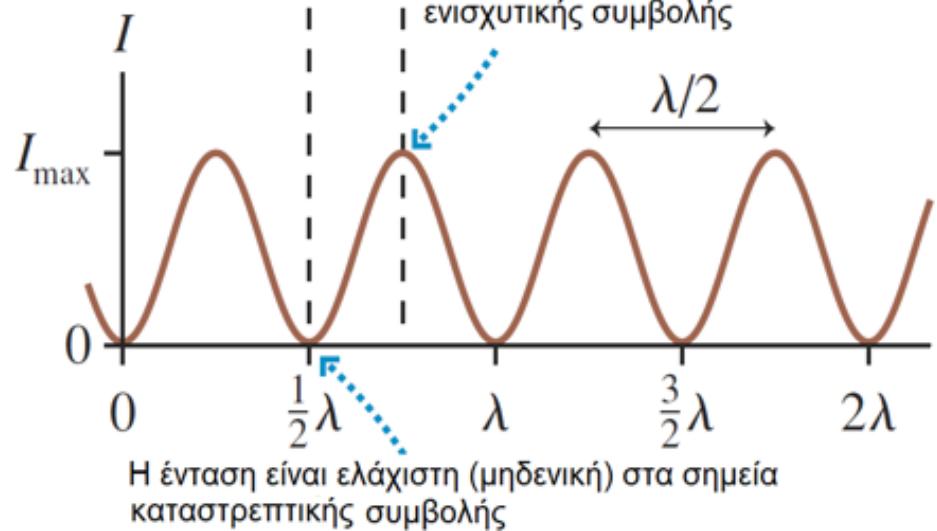
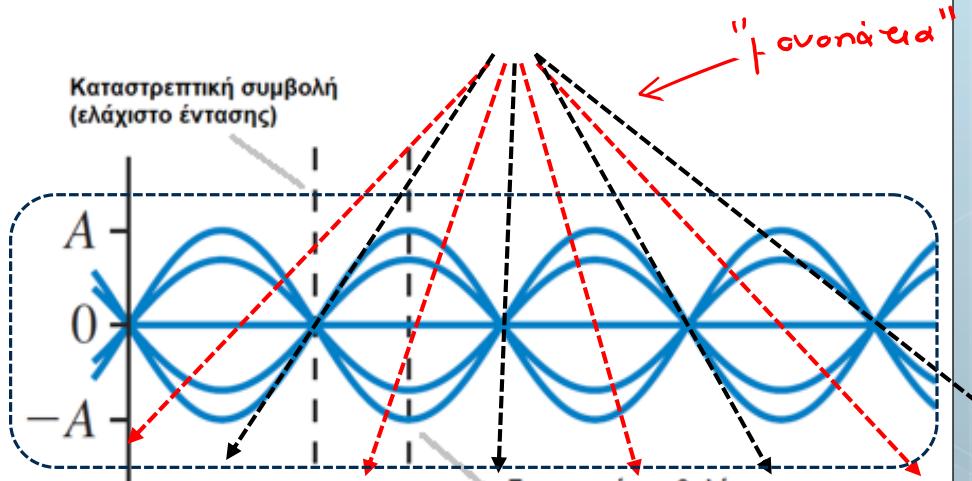
Υπέρθεση

○ Ένταση ηχητικών κυμάτων

- Μπορεί κανείς να δείξει ότι η ένταση I ενός ηχητικού κύματος είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του **συνολικού** κύματος A

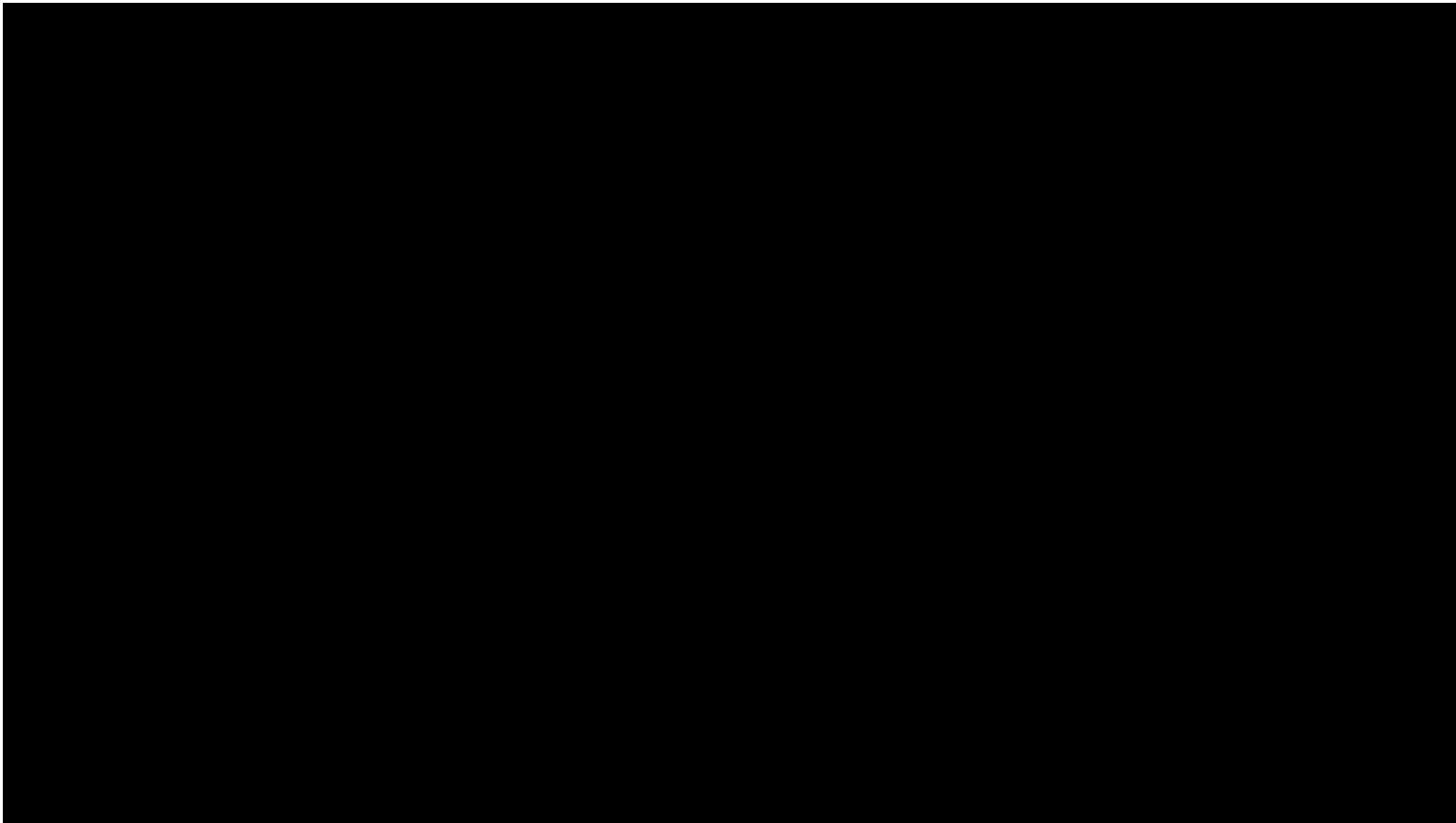
$$I = cA^2$$

- Η ένταση I του ήχου είναι **μέγιστη** στα σημεία **ενισχυτικής** συμβολής και **μηδενική** (ελάχιστη) στα σημεία **καταστρεπτικής** συμβολής



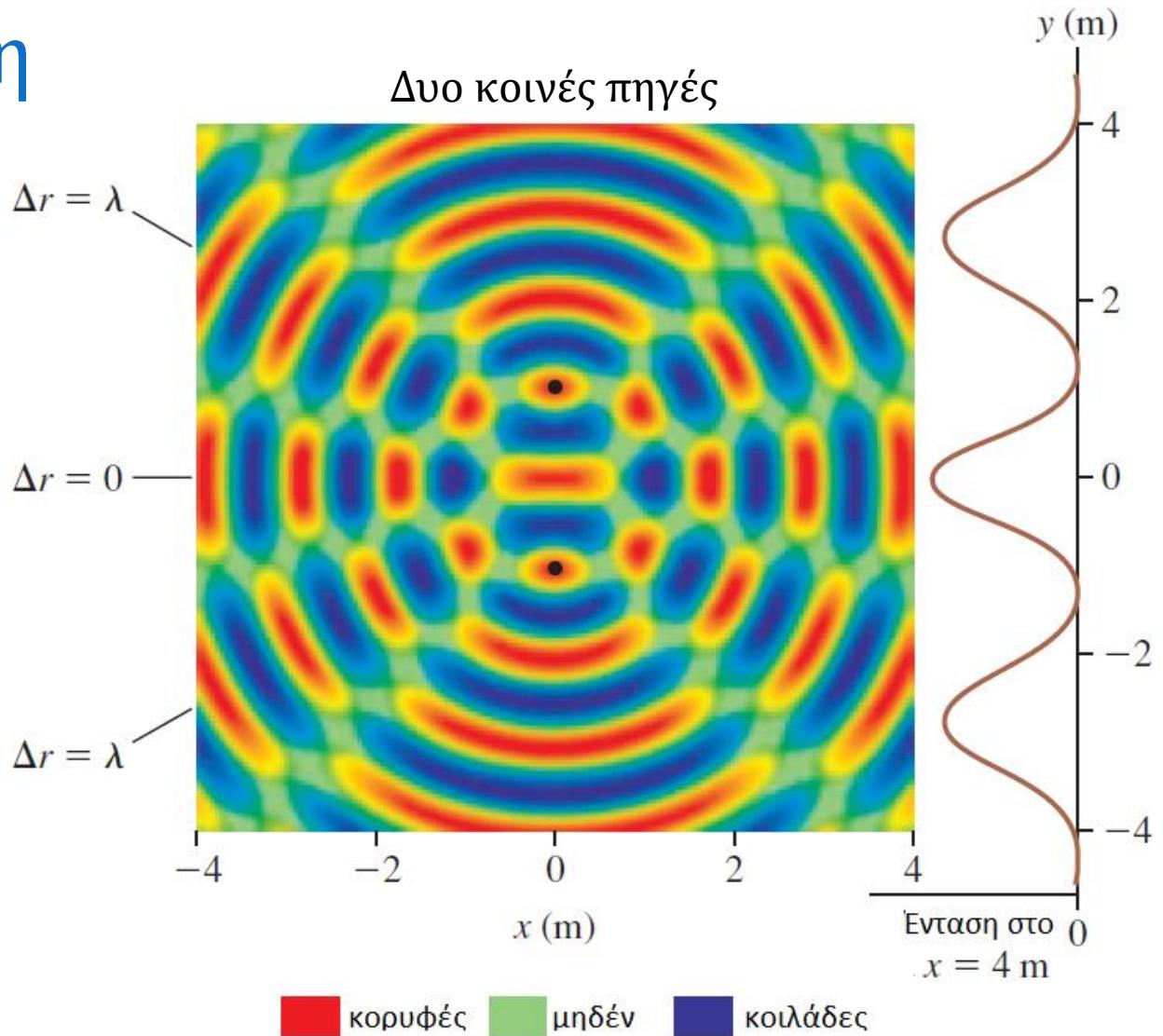
<https://www.youtube.com/watch?v=b87QZtYKmqo>

Υπέρθεση



Υπέρθεση

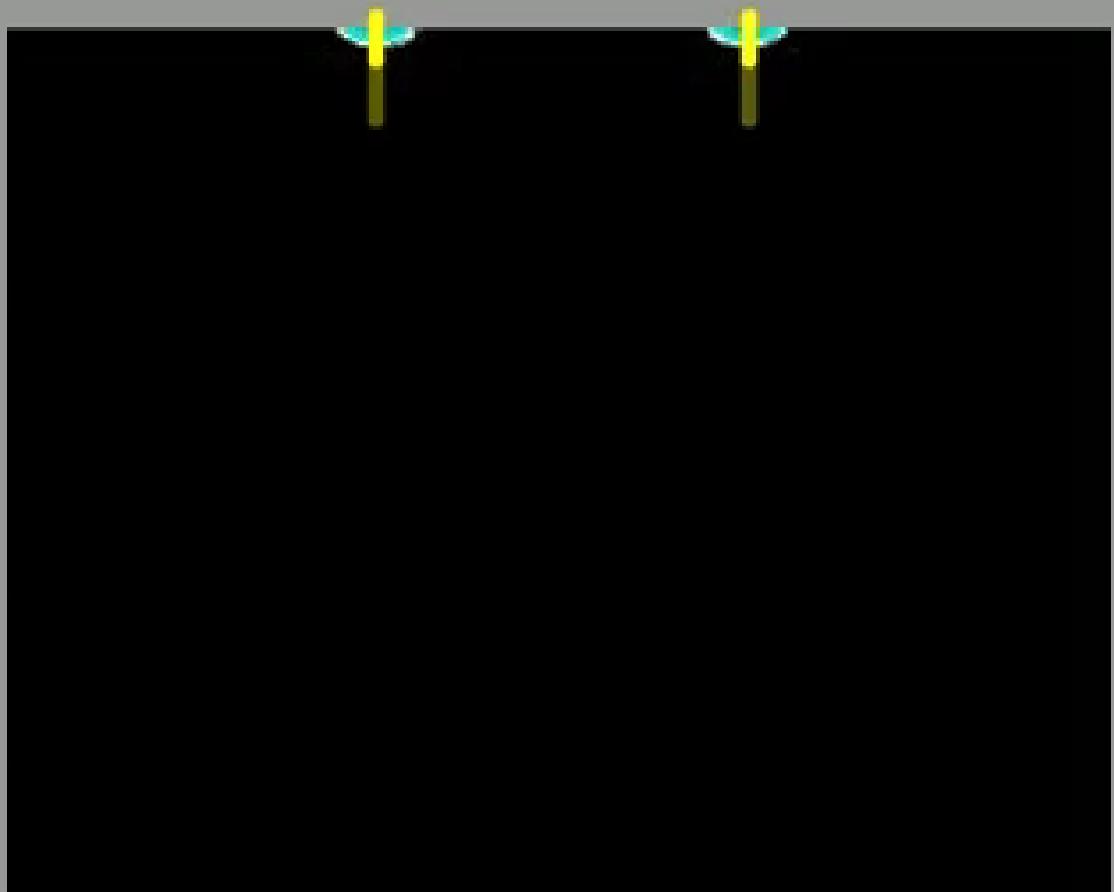
- Ένταση ηχητικών κυμάτων



Υπέρθεση

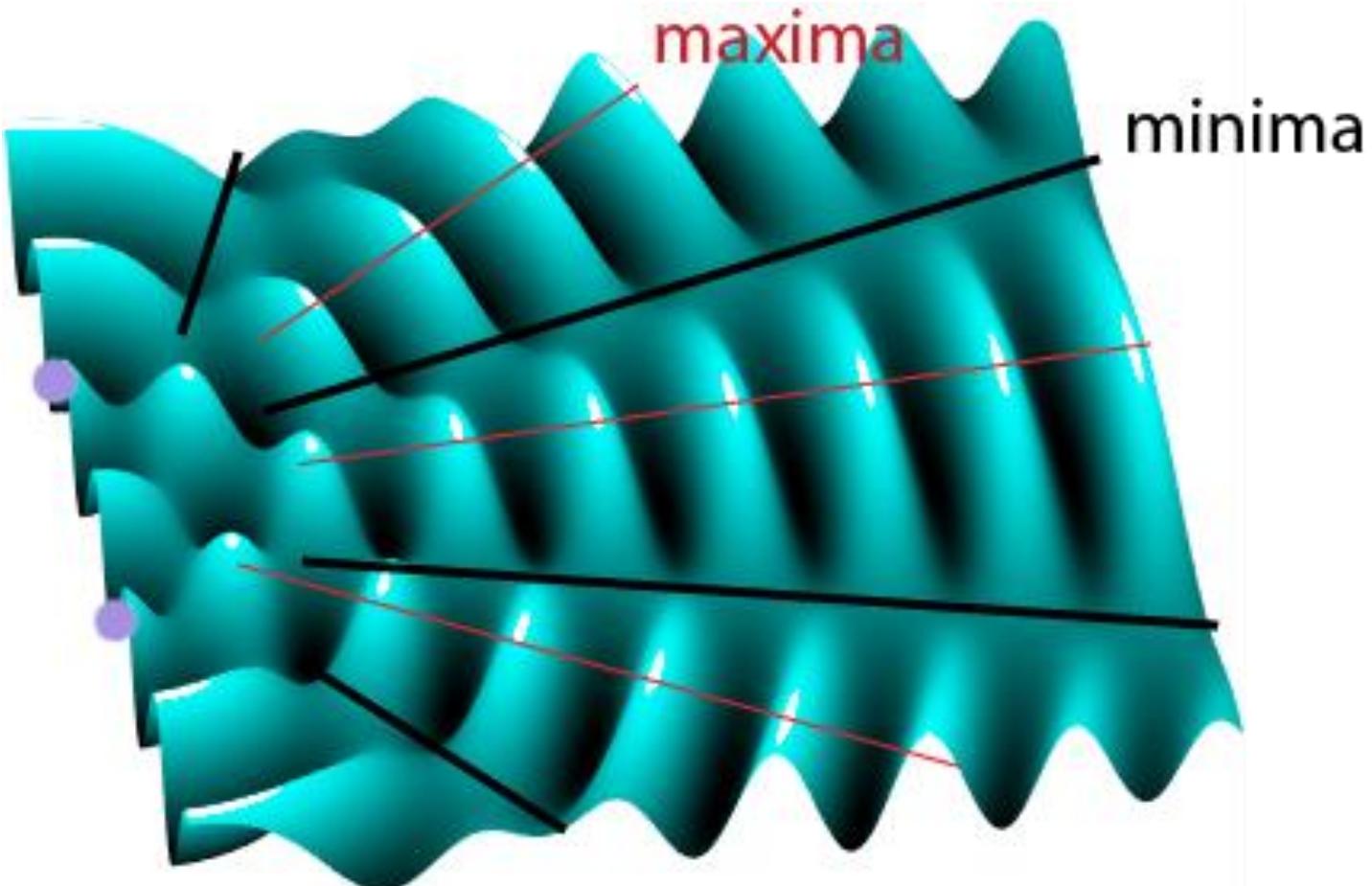
- Συμβολή
ηχητικών
Κυμάτων

Two source interference



Υπέρθεση

- Συμβολή ηχητικών κυμάτων: μέγιστα/ελάχιστα έντασης



Υπέρθεση

○ Παράδειγμα:

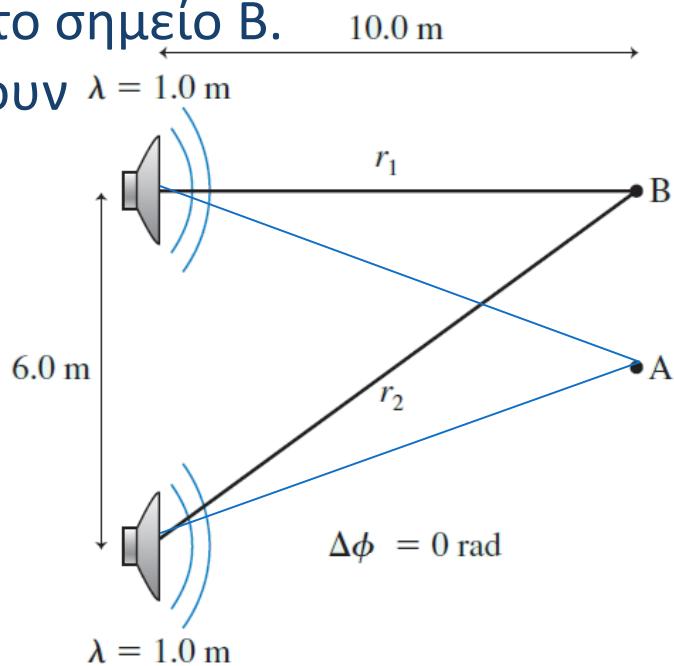
○ Δυο ηχεία βρίσκονται σε απόσταση 6.0 μέτρων και σε φάση.

Εκπέμπουν μήκος κύματος $\lambda = 1.0 \text{ m}$. Κάθε ηχείο δημιουργεί ήχο με ένταση I_0 . Ένας ακροατής στέκεται στο σημείο A του σχήματος (στη μεσοκάθετο της απόστασης των ηχείων).

Ένας δεύτερος ακροατής στέκεται στο σημείο B.

Ποιες είναι οι εντάσεις που λαμβάνουν σε όρους I_0 ?

Κάθε ηχείο ξεχωρίστα εκπέμπει
χιλιαδά εντάση $I_0 = cA^2$



$$\left| 2A \cos\left(\frac{\Delta\phi_i}{2}\right) \right| = A_i$$

Υπέρθεση

Παράδειγμα - Λύση:

Το σημείο A ανήκει στην φερόμενη
της ανέστασης των ηχείων, από
 $\Delta r_A = 0$, σημείες έχοντες ενιακές
συγβολή. Το ηλίστρο των δο έναι 2A.

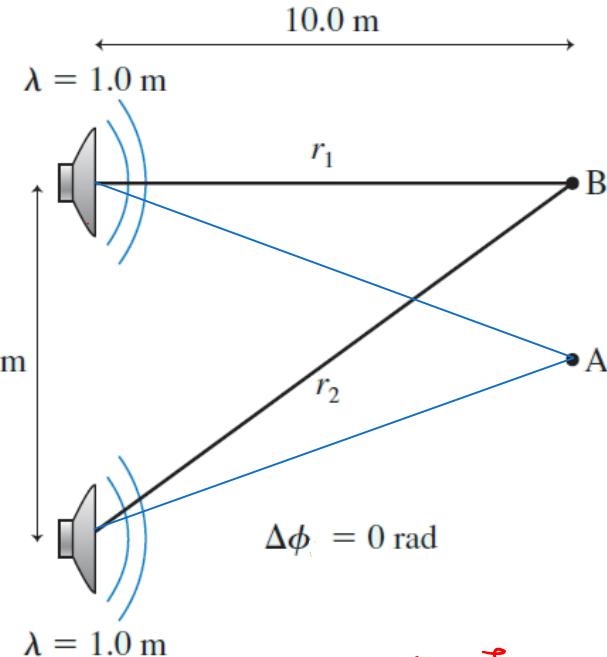
Στο σημείο B:

$$r_1 = 10 \text{ m}$$

$$r_2 = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136} \cong 11.662 \text{ m} \quad \} \Rightarrow \Delta r_B = 1.662 \text{ m} \left(\begin{array}{l} \text{δείχνεται} \\ \text{α συγβολή} \\ \text{έναι} \end{array} \right)$$

$$\text{Είναι } A_A = 2A \quad \left. \begin{array}{l} I_A = c(A_A)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow I_A = c(2A)^2 = c4A^2 = 4cA^2 = 4I_0$$

$$\text{Επίσης, } \Delta\phi_B = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r_B = 2\pi \Delta r_B \cong 10.44 \text{ rad}$$



Υπέρθεση

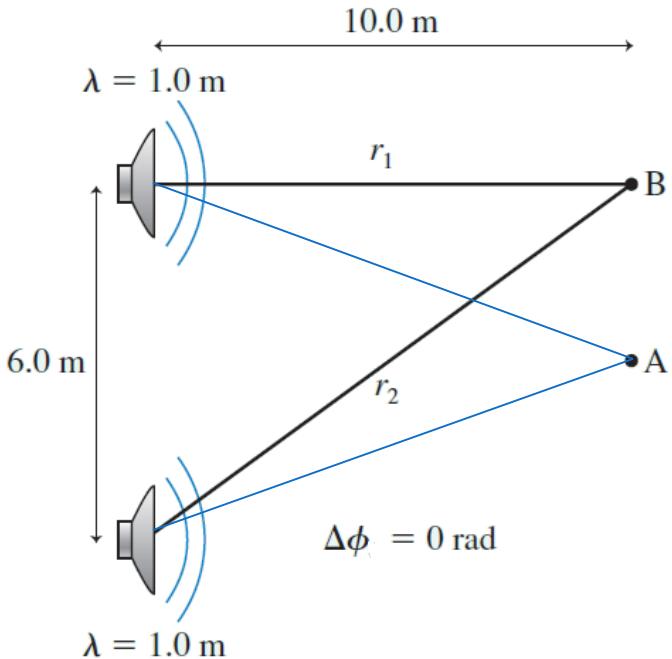
● Παράδειγμα – Λύση:

$$\text{Άρω } A_B = \left| 2A \cos\left(\frac{\Delta\phi_B}{2}\right) \right| \quad \left. \begin{array}{l} \Delta\phi_B = 10.44 \text{ rad} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_D \approx 0.972 A$$

Είναι

$$\begin{aligned} I_B &= c A_B^2 = c (0.972 A)^2 = c 0.95 A^2 = 0.95 c A^2 \\ &= 0.95 I_0 \end{aligned}$$



Πληρώνετε ότι η ένταση του ήχου στο μέρος B είναι 5%. Η ικρίτερη αύξηση της έντασης του ήχου στο μέρος A είναι 10% ένας αύξηση στο δύο φορές στο χώρο!



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Στάσιμα Κύματα



Εικόνα: Ο Carlos Santana εκμεταλλεύεται τα στάσιμα κύματα στις χορδές του. Αλλάζει νότα στην κιθάρα του πιέζοντας τις χορδές σε διαφορετικά σημεία, μεγαλώνοντας ή μικραίνοντας το μήκος του τμήματος της χορδής που ταλαντώνεται.

Φυσική για Μηχανικούς

Στάσιμα Κύματα

Στάσιμα Κύματα

$$\sin \theta \pm \sin \varphi = 2 \sin\left(\frac{\theta \pm \varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta \mp \varphi}{2}\right)$$

○ Στάσιμα κύματα

- Ως τώρα βλέπαμε ηχητικά κύματα που συνέβαλαν σε κάποιο σημείο μπροστά τους

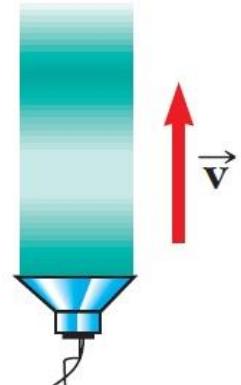
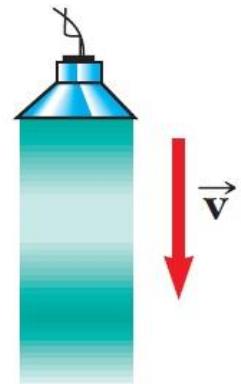
- Τι θα γίνει αν τα βάλουμε **αντικρυστά**:

- Ίδια συχνότητα, μήκος κύματος, πλάτος, αρχ. φάση

- Αντίθετη ταχύτητα

- $$\begin{aligned}y(x, t) &= y_1(x, t) + y_2(x, t) \\&= A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t) \\&= (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)\end{aligned}$$

- Η παραπάνω σχέση ορίζει ένα **στάσιμο κύμα**

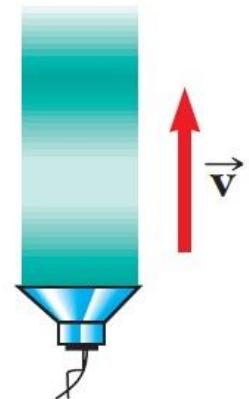
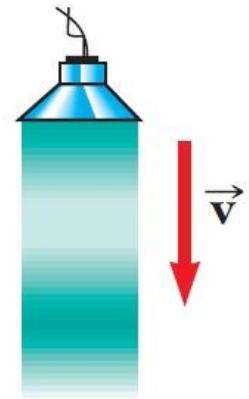


Στάσιμα Κύματα

Ο Στάσιμα κύματα

$$y(x, t) = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Παρατηρήστε ότι **δεν** εξαρτάται από την έκφραση $kx \pm \omega t$
- Άρα **δεν** είναι οδεύον (κινούμενο) κύμα
- Δεν υπάρχει η έννοια της διάδοσης της κίνησης σε ένα **στάσιμο** κύμα

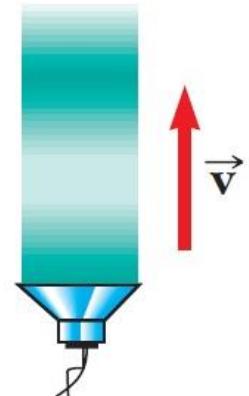
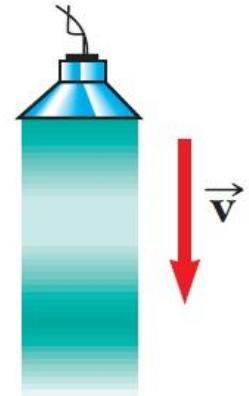


Στάσιμα Κύματα

Ο Στάσιμα κύματα

$$y(x, t) = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Λέγεται **στάσιμο** (δηλαδή σταθερό σε μια θέση) επειδή όλα τα στοιχεία του μέσου εκτελούν μεν απλή αρμονική ταλάντωση, ΑΛΛΑ:
 - με διαφορετικό πλάτος το καθένα!
- Δηλ. αντίθετα με ότι συμβαίνει σε ένα οδεύον κύμα, όπου τα στοιχεία του μέσου εκτελούν το ένα μετά το άλλο την **ίδια ακριβώς κίνηση**...
 - ... εξασφαλίζοντας έτσι τη διάδοση της διαταραχής (του κύματος)



Στάσιμα Κύματα

- Στάσιμα κύματα

- Ας συγκρίνουμε:

$$y(t) = A \cos(\omega t)$$

και

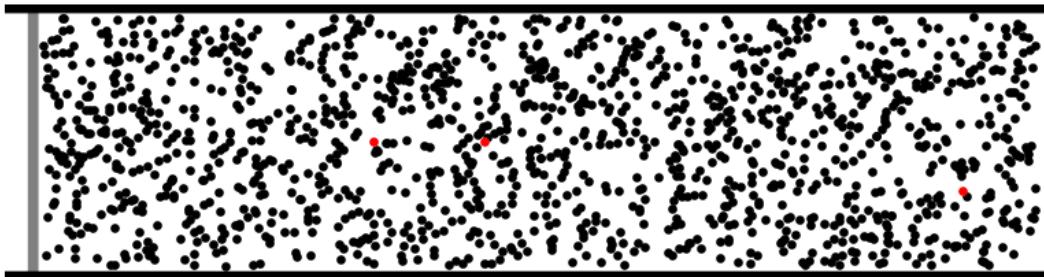
$$y(x, t) = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Τι παρατηρείτε;

- Η δεύτερη περιγράφει μια ειδική μορφή της πρώτης
 - Κάθε στοιχείο που βρίσκεται στη **Θέση** x εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση
 - Το **πλάτος** της απλής αρμονικής κίνησης, $2A \sin(kx)$, ενός στοιχείου εξαρτάται από τη **Θέση** του στοιχείου, x , στο μέσο

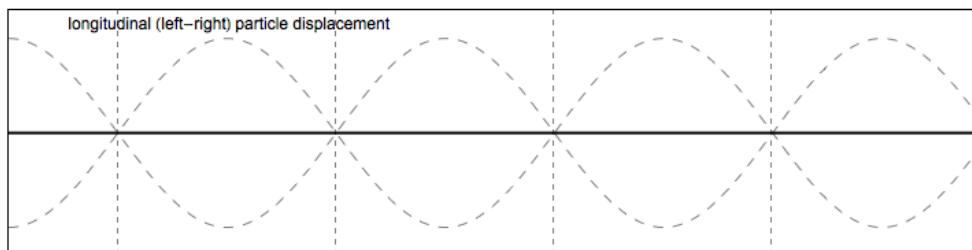
Στάσιμα Κύματα

ο Στάσιμα κύματα

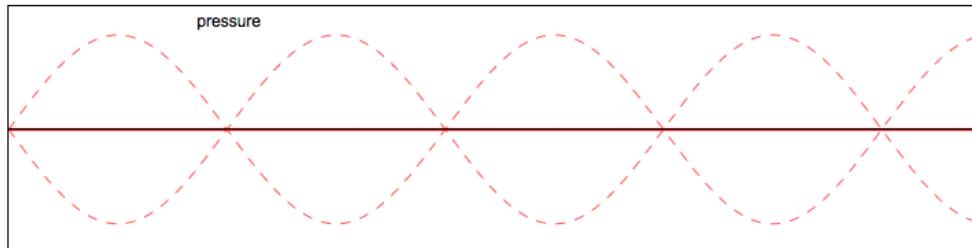


©2012, Dan Russell

Μετατόπιση

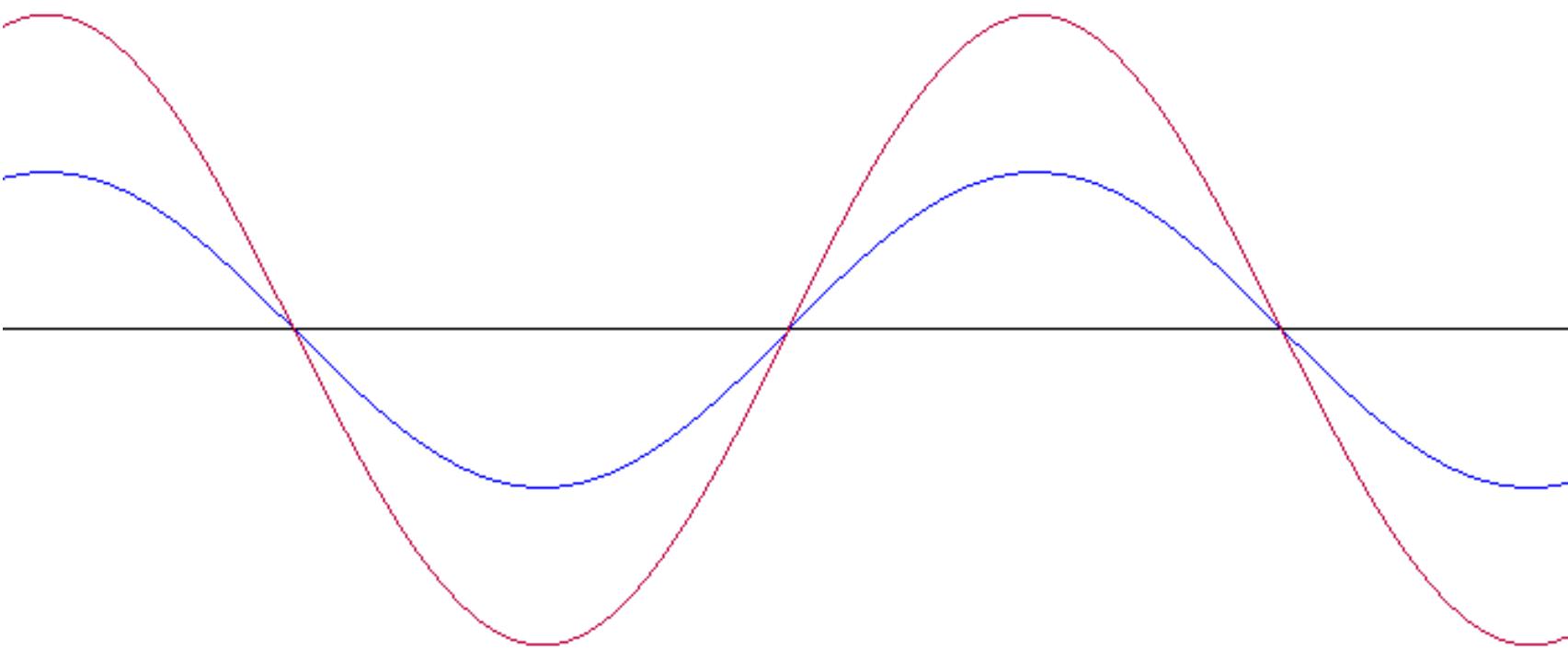


Πίεση



Στάσιμα Κύματα

ο Στάσιμα κύματα



Στάσιμα Κύματα

○ Στάσιμα κύματα

Creating Standing Waves from Travelling Waves



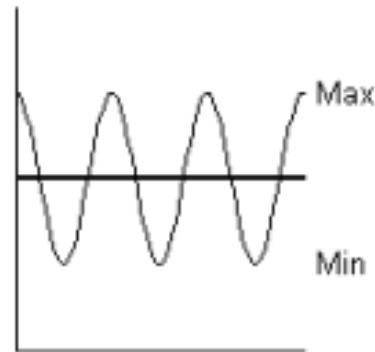
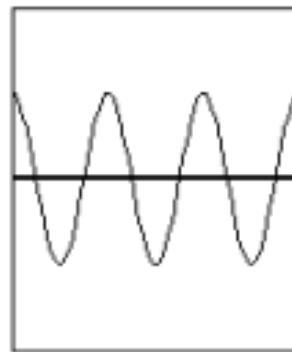
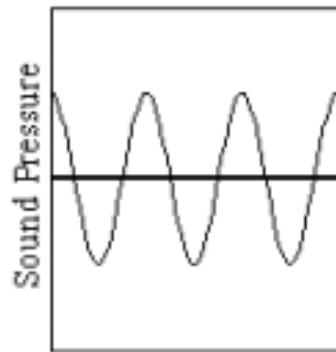
plane wave: →



plane wave: ←



plane waves: superposition



Στάσιμα Κύματα

Ο Στάσιμα κύματα

$$y(x, t) = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Υπάρχουν στοιχεία του μέσου που ΔΕΝ ταλαντώνονται? (δηλ. σε ποιο x μηδενίζεται το πλάτος;)

$$2A \sin(kx) = 0$$

$$\sin(kx) = \sin(n\pi)$$

$$kx = n\pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi$$

$$x = \frac{n\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- Τα σημεία αυτά λέγονται **δεσμοί (nodes)**

Στάσιμα Κύματα

Ο Στάσιμα κύματα

$$y(x, t) = (2A \sin(kx)) \cos(\omega t)$$

- Υπάρχουν στοιχεία του μέσου που ταλαντώνονται με το μέγιστο δυνατό πλάτος? (δηλ. σε ποιο x μεγιστοποιείται το πλάτος;)

$$2A \sin(kx) = \pm 2A$$

$$\sin(kx) = \sin\left(n\pi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$kx = n\pi + \frac{\pi}{2}$$

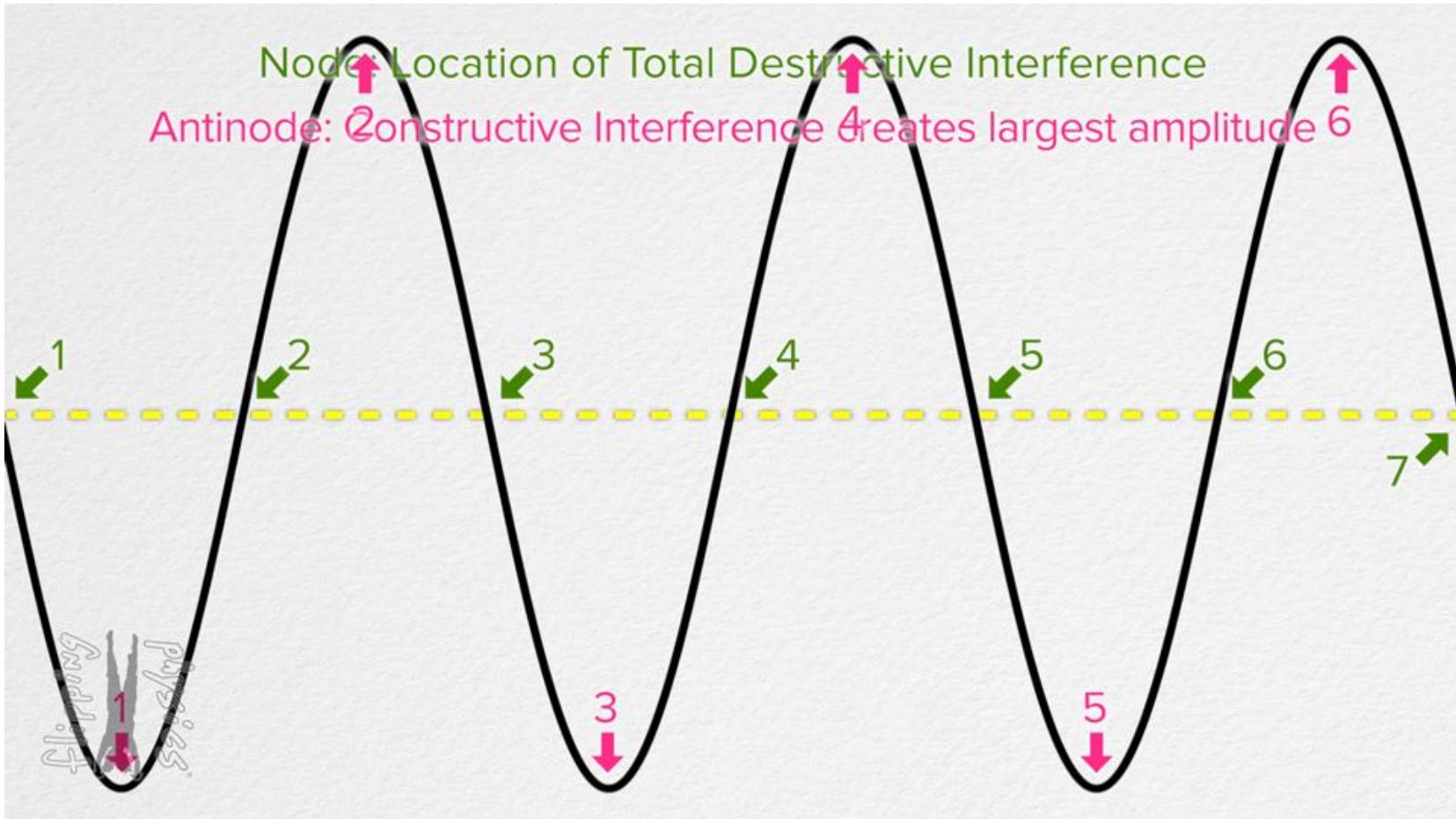
$$\frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{(2n+1)\lambda}{4}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- Τα σημεία αυτά λέγονται **κοιλίες (ή αντιδεσμοί) (antinodes)**

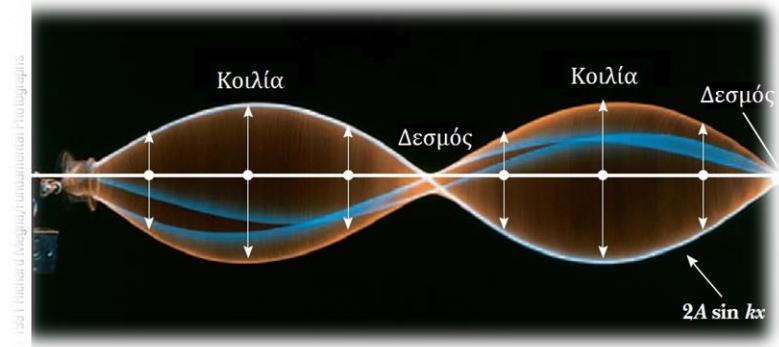
Στάσιμα Κύματα

○ Στάσιμα κύματα



Στάσιμα Κύματα

○ Στάσιμα κύματα



- Άρα εύκολα συμπεραίνει κανείς από τα προηγούμενα:

- Απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κοιλιών = $\frac{\lambda}{2}$

- Απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών δεσμών = $\frac{\lambda}{2}$

- Απόσταση μεταξύ δεσμού και επόμενης κοιλίας = $\frac{\lambda}{4}$

Στάσιμα Κύματα

○ Παράδειγμα:

- Δυο κύματα τα οποία διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις, δημιουργούν ένα στάσιμο κύμα. Οι επιμέρους κυματοσυναρτήσεις είναι

$$y_1(x, t) = 4 \sin(3x - 2t)$$

$$y_2(x, t) = 4 \sin(3x + 2t)$$

με x, y να μετρούνται σε εκατοστά και ο χρόνος σε δευτερόλεπτα.

- A) Βρείτε το πλάτος της απλής αρμονικής κίνησης για το στοιχείο του μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 2.3$ εκατοστά.
- B) Βρείτε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών αν το ένα άκρο της χορδής βρίσκεται στο σημείο $x = 0$.

Στάσιμα Κύματα

• Παράδειγμα – Λύση:

- Οι επιμέρους κυματοσυναρτήσεις είναι

$$y_1 = 4 \sin(3x - 2t)$$

$$y_2 = 4 \sin(3x + 2t)$$

- A) Βρείτε το πλάτος της απλής αρμονικής κίνησης για το στοιχείο του μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 2.3$ εκατοστά.

To στάσιμο κύμα δίνεται ως τη σχέση

$$y(x,t) = 8 \sin(3x) \cos(\omega t)$$

$$= A(x) \cos(\omega t)$$

Για $A(x)$ το πλάτος των κύματος

Για $x = 2.3 \text{ cm}$, $A(2.3) = 8 \cdot \sin(6.9) \approx 4.6 \text{ cm}$. Άρα το στοιχείο

την θέση $x = 2.3 \text{ cm}$ εκφεύγει A.A.T Για πλάτος $A(2.3) = 4.6 \text{ cm}$.

Στάσιμα Κύματα

• Παράδειγμα – Λύση:

- Οι επιμέρους κυματοσυναρτήσεις είναι

$$y_1 = 4 \sin(3x - 2t)$$

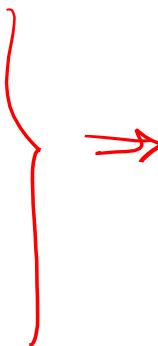
$$y_2 = 4 \sin(3x + 2t)$$

- B) Βρείτε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών αν το ένα άκρο της χορδής βρίσκεται στο σημείο $x = 0$.

Ξέρω για $x_a = \frac{2n+1}{4} \lambda, n \in \mathbb{N}$

$$x_d = \frac{n}{2} \lambda, n \in \mathbb{N}$$

$$k = \frac{\lambda}{\lambda} = 3 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{3} \text{ cm}$$



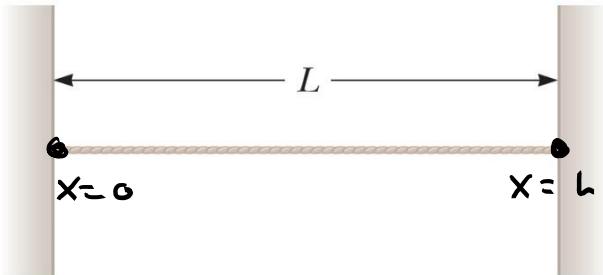
$\Rightarrow x_a = \frac{2n+1}{6} \pi, n \in \mathbb{N}$

$$x_d = \frac{n}{2} \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{N}$$

Στάσιμα Κύματα

○ Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

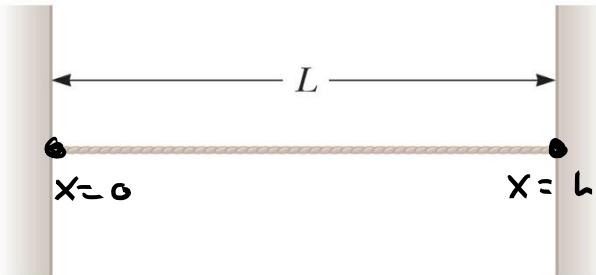
- Θεωρήστε το νήμα της εικόνας
- Χορδή κιθάρας, πιάνου
- Οριακή συνθήκη: το νήμα έχει υποχρεωτικά δεσμούς στα άκρα!
- Αν διεγείρουμε το νήμα στο μέσο του, δύο ημιτονοειδή κύματα θα ταξιδέψουν προς αντίθετες κατευθύνσεις
- Όταν φτάσουν στα άκρα του νήματος, θα ανακλαστούν με ίδιο πλάτος και συχνότητα, και θα συμβάλλουν μεταξύ τους
 - Κι αυτό συνεχίζεται για τα επόμενα ανακλώμενα και συμβαλλόμενα κύματα
- Αυτές είναι οι συνθήκες για δημιουργία ενός στάσιμου κύματος!



Στάσιμα Κύματα

Ο Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

- Οριακή συνθήκη: το νήμα έχει υποχρεωτικά δεσμούς στα άκρα!
 - Άρα το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν στάσιμο κύμα πάνω στο νήμα είναι προκαθορισμένο
 - $2A \sin kL = 0 \Rightarrow kL = \frac{2\pi}{\lambda} L = n\pi \Rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$
 - Προκαθορισμένη είναι και η συχνότητα του κύματος, αφού
$$u = \lambda f \Rightarrow f_n = \frac{u}{\lambda_n}$$
- Η οριακή συνθήκη προκαλεί ένα συγκεκριμένο αριθμό διακριτών στάσιμων κυμάτων στο νήμα, που λέγονται **κανονικοί τρόποι ή ιδιομορφές (modes)**
 - Καθεμιά έχει τη δική της συχνότητα, η οποία υπολογίζεται εύκολα όπως παραπάνω



Στάσιμα Κύματα

- **Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες**

- Κανονικός τρόπος (mode) n
- Περιγράφεται ως η ταλάντωση που έχει οριακές συνθήκες στα άκρα της (δεσμοί) και κάθε δεσμός απέχει $\frac{1}{4}$ του μήκους κύματος από τον επόμενο/προηγούμενο αντιδεσμό

- Μήκη κύματος

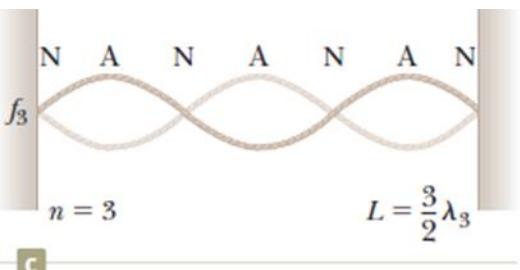
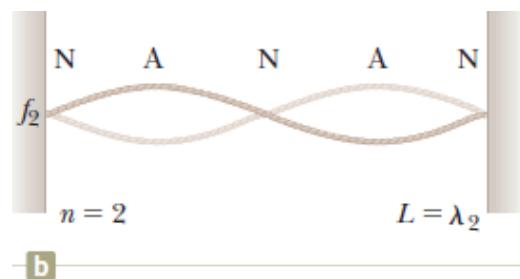
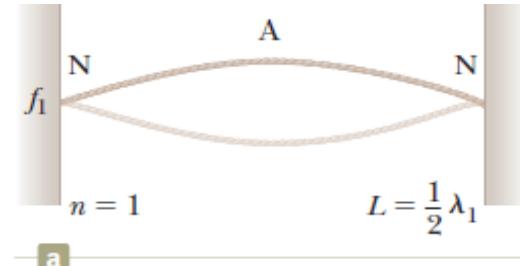
$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, n \in \mathbb{N}^+$$

- Φυσικές συχνότητες

$$f_n = \frac{u}{\lambda_n} = n \frac{u}{2L} = nf_1, n \in \mathbb{N}^+$$

- Για νήμα τάσης T και γραμμικής πυκνότητας μ ,

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}, n \in \mathbb{N}^+$$



Στάσιμα Κύματα

○ Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

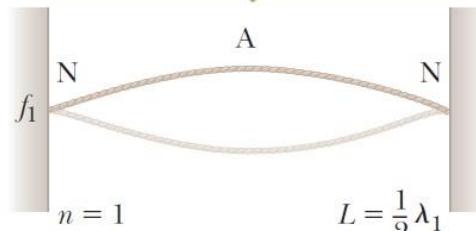
○ Κανονικές μορφές (modes) n

○ Για $n = 1$, η συχνότητα αυτή λέγεται **θεμελιώδης συχνότητα**

○ Οι υπόλοιπες είναι ακέραιες πολλαπλάσιες αυτής: $f_n = n f_1$

○ Συχνότητες κανονικών τρόπων που παρουσιάζουν αυτήν την ακέραια πολλαπλάσια σχέση δημιουργούν ταλαντώσεις που λέγονται **αρμονικές**

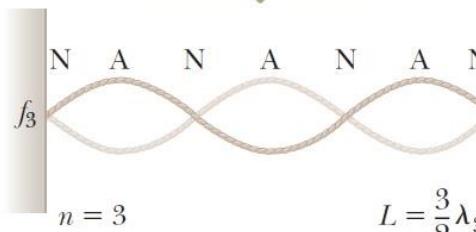
Πρώτη αρμονική (θεμελιώδης)



Δεύτερη αρμονική



Τρίτη αρμονική

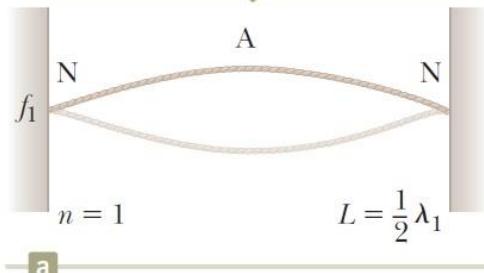


Στάσιμα Κύματα

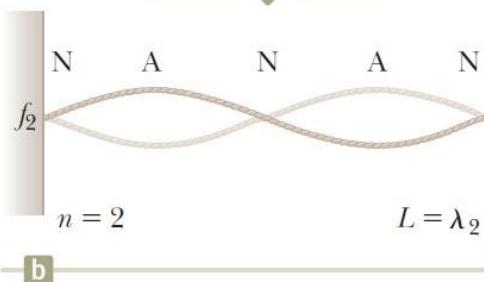
○ Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

- Για να παρουσιαστεί μια μόνο αρμονική, πρέπει να διεγείρουμε το νήμα ώστε να πάρει το σχήμα της επιθυμητής αρμονικής
- Αφού το διεγείρουμε, το νήμα θα ταλαντωθεί στην αντίστοιχη συχνότητα
- Δύσκολο να επιτευχθεί για τις περισσότερες αρμονικές
- Αν διεγείρουμε το νήμα με τυχαίο τρόπο, μόνο κύματα που ικανοποιούν τις οριακές συνθήκες θα «επιζήσουν» στο νήμα
- Αυτά είναι οι αρμονικές ☺

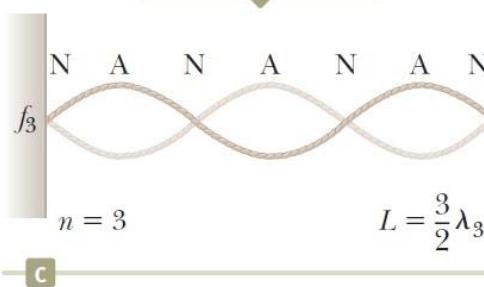
Πρώτη αρμονική (θεμελιώδης)



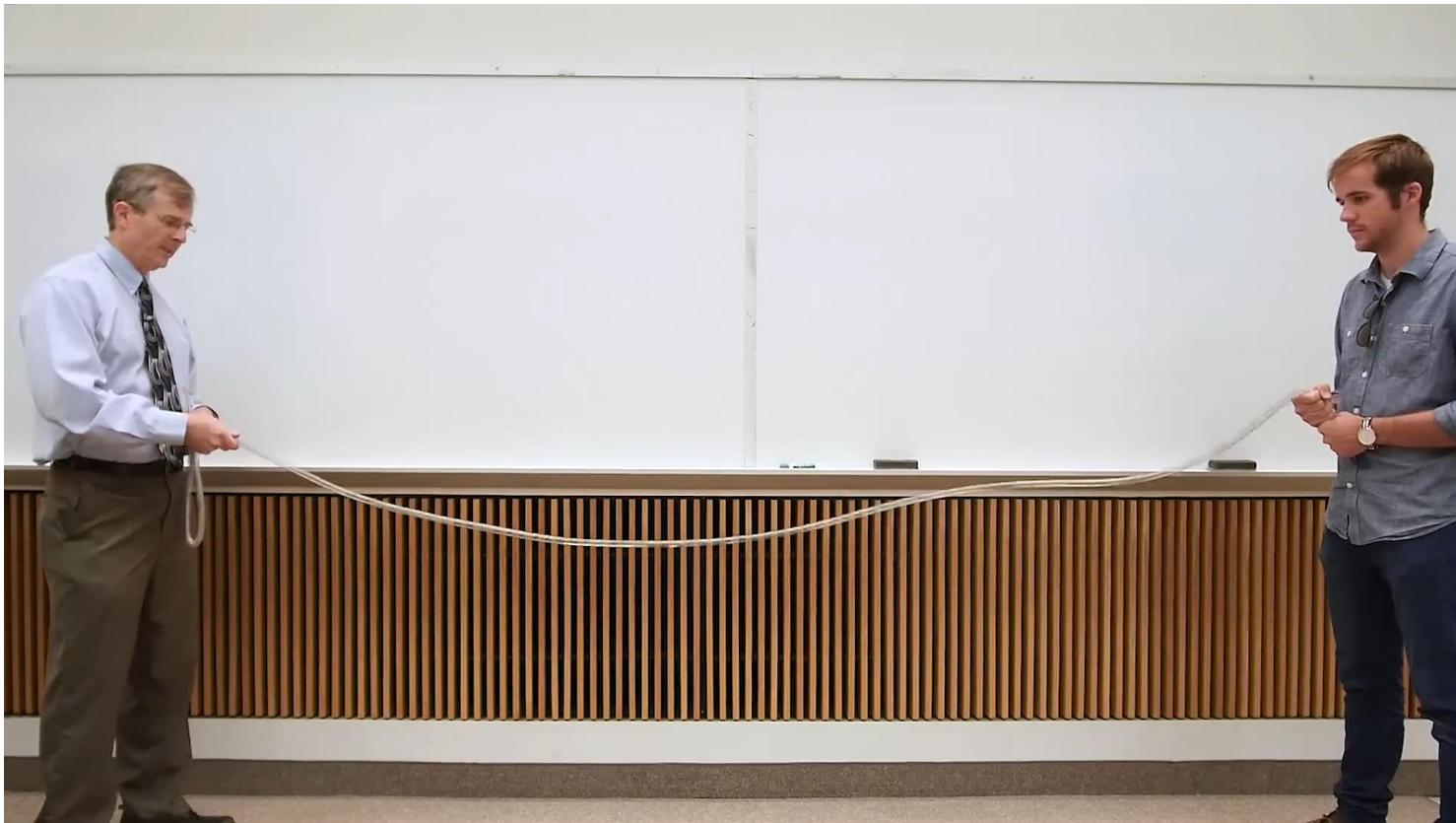
Δεύτερη αρμονική



Τρίτη αρμονική



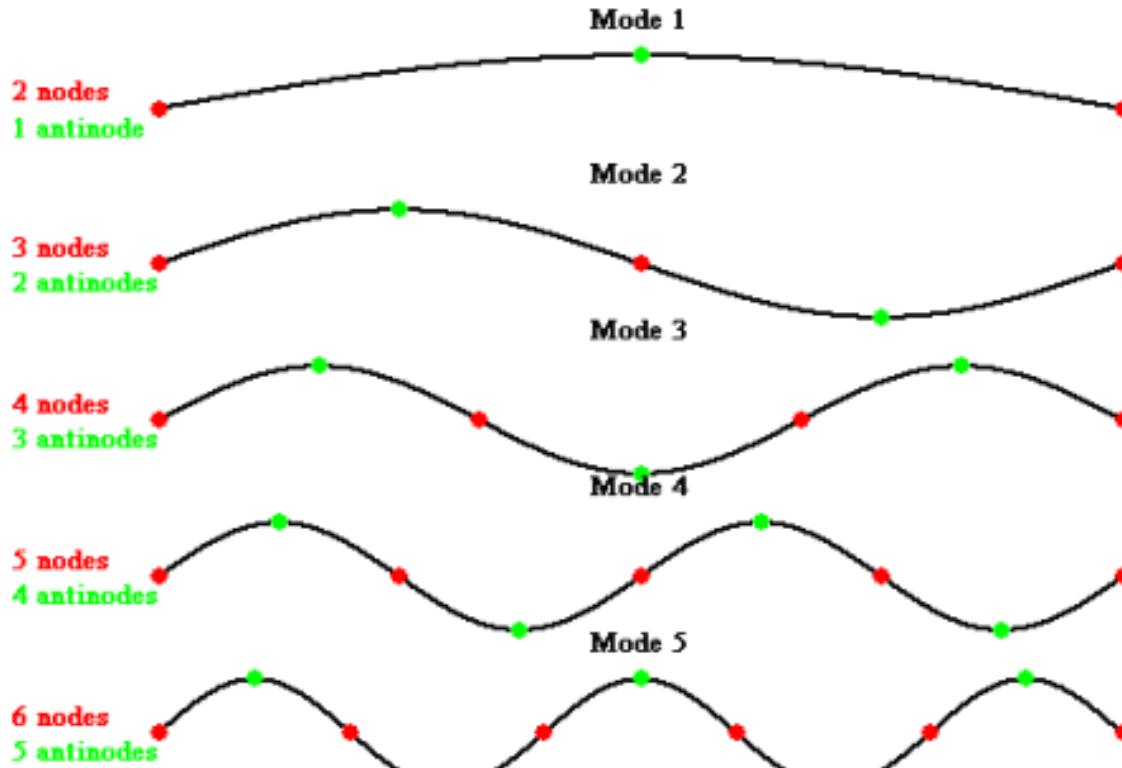
Στάσιμα Κύματα



Στάσιμα Κύματα

○ Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

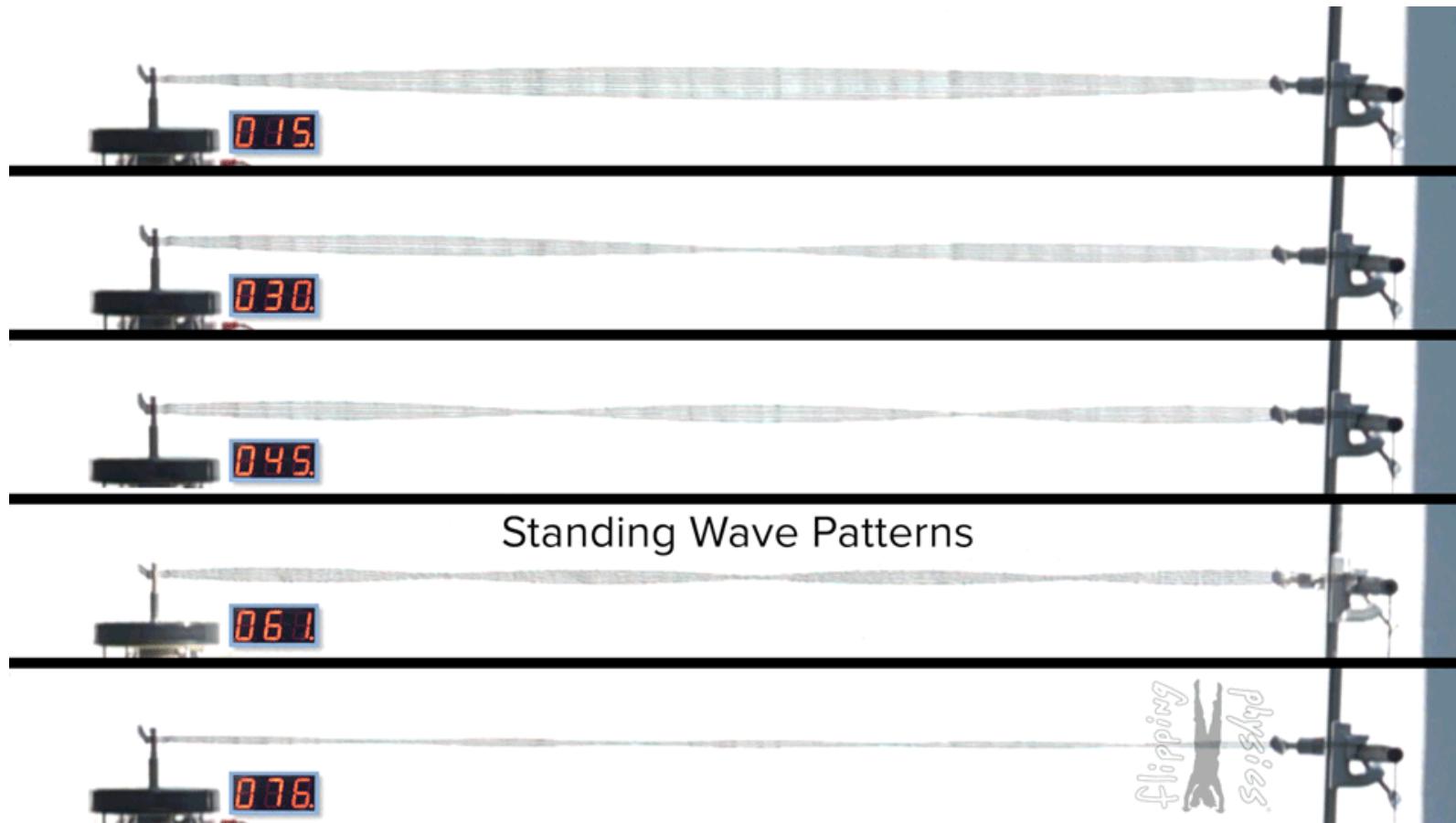
○ Κανονικές μορφές (modes) n



Στάσιμα Κύματα

- Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

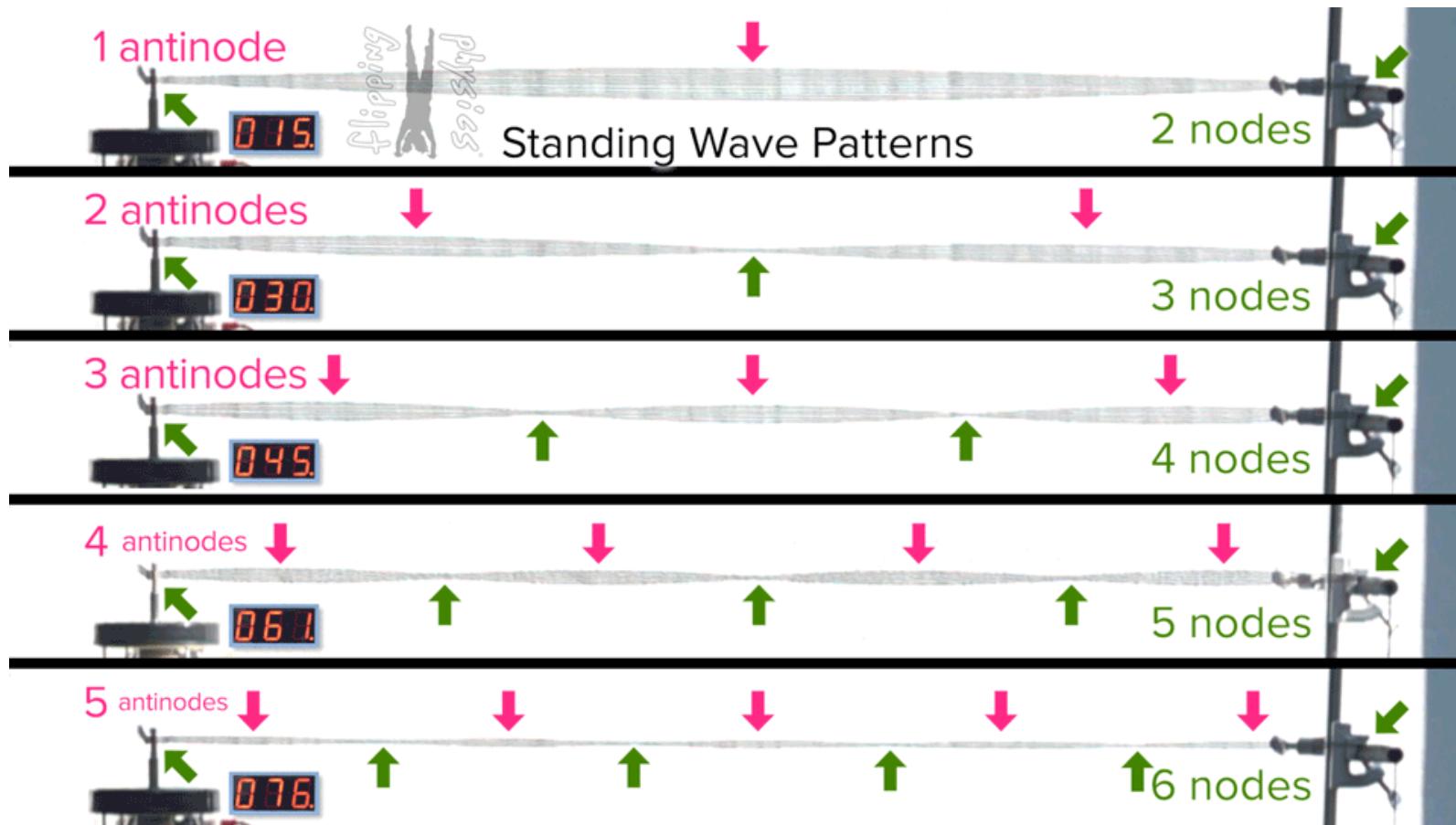
- Κανονικές μορφές (modes) n



Στάσιμα Κύματα

○ Κύματα υπό Οριακές Συνθήκες

○ Κανονικές μορφές (modes) n



Τέλος Διάλεξης